

10 Gerinneströmungen

Gerinneströmungen nennt man Strömungen, bei denen ein dichtes Fluid, das durch eine Zwischenfläche von einem darüber liegenden leichteren Fluid getrennt ist, unter Schwerkrafteinfluß in einem offenen Querschnitt fließt.

Der wichtigste Fall von Gerinneströmungen, der in diesem Kapitel betrachtet wird, sind Wasserströmungen mit freier Oberfläche wie in Flüssen oder Kanälen. Die freie Oberfläche, also der Wasserspiegel, trennt die Wasserströmung von der darüberliegenden Luftschicht (sh. Abb. 10.1). Da die Dichte der Luft wesentlich kleiner als die des Wassers ist, kann die Dynamik der Luftströmung (z.B. Schereffekte) dabei fast immer vernachlässigt werden¹.

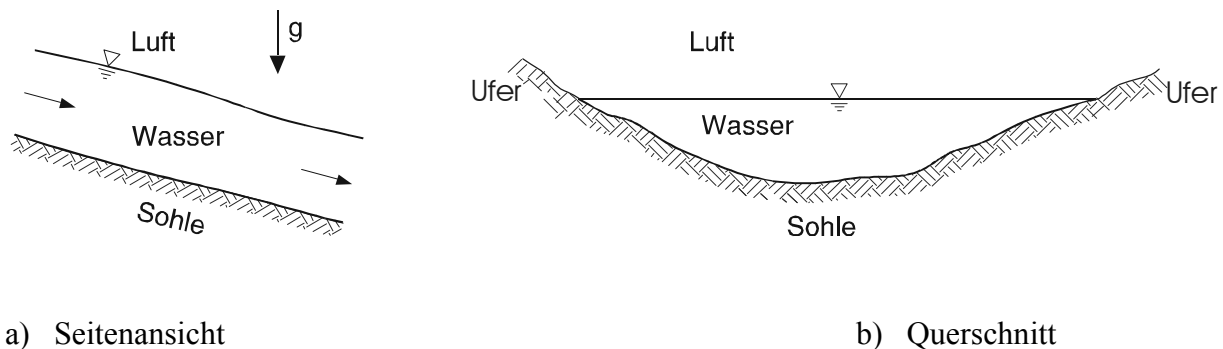


Abb. 10.1: Gerinneströmung mit freier Wasseroberfläche

Das Grundprinzip von schwerkraftbeeinflussten Gerinneströmungen gilt aber auch für sogenannte Schichtströmungen, in denen ein oder mehrere Fluidschichten, die sich in ihrer Dichte unterscheiden, strömen. Beispiele hierzu sind schwebstoffführende, also schwere Dichteströme, die in natürliche Seen oder Stauseen fließen, sowie Schichtströmungen in Ästuarien, die sich aus der Wechselwirkung zwischen Süßwasser aus Flüssen und dem Salzwasser im Meer ergeben. Atmosphärische Beispiele sind kalte (oft neblige) Luftströmungen in Tälern. Bei der Analyse dieser Strömungstypen sind die Verhältnisse an den Schichtzwischenflächen, wie Impulsaustausch und Mischprozesse, zu beachten.

Das Hauptcharakteristikum von Gerinneströmungen ist der variable Strömungsquerschnitt. Bei Rohrströmungen ist der Querschnitt vorgegeben und je nach Strömungsverhältnissen stellt sich ein variabler Druck ein. Bei Gerinneströmungen dagegen entspricht dem variablen Druck eine variable Wasseroberfläche, da Wasserspiegel und Drucklinie identisch sind. Gerinneströmungen haben also einen zusätzlichen Freiheitsgrad, der ihre Analyse erschwert.

10.1 Gerinnequerschnitte

Die Gerinnequerschnittsform, auch Gerinneprofil genannt, ist ein wesentlicher Faktor, da sich am benetzten Umfang der Impulsaustausch, in Form von Schubspannungen, zwischen der Strömung und der festen Berandung abspielt. Wie schon im Falle von nicht-kreisförmigen

¹ Ausnahmen sind z.B. Hochgeschwindigkeitsströmungen bei Überfallwehren an hohen Dämmen. Hier können die Scherspannung der Luft-Wasser-Zwischenfläche und damit verbundene Instabilitätseffekte, die zu Luftfeinmischung führen, so groß werden, daß sie in der Analyse berücksichtigt werden müssen.

Rohrströmungen (sh. Abschn. 8.4.2) ist hier das Konzept des hydraulischen Radiuses, R_h , Gl. (8.30), als Quotient von Querschnittsfläche durch benetzten Umfang von Bedeutung.

Das Rechteckprofil (Abb. 10.2) mit Breite B ist hier der wesentliche Grundfall. Bei einer bestimmten Wassertiefe² y , somit Querschnittsfläche $A = By$ und benetzter Umfang $P = B + 2y$, ergibt sich der hydraulische Radius R_h

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{y}{1 + \frac{2y}{B}} \quad (10.1)$$

Für ein sehr breites Gerinne, $y/B \rightarrow 0$, reduziert sich Gl. (10.1) zu

$$R_h = y \quad (10.2)$$

Dies stellt einen wichtigen Referenzfall, die "zweidimensionale Gerinneströmung", dar.

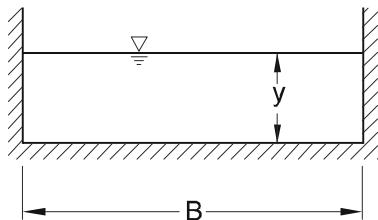
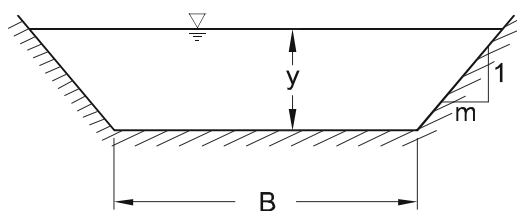
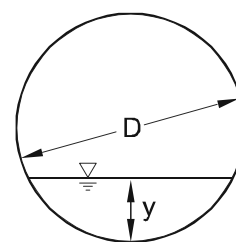


Abb. 10.2: Gerinneströmung mit Rechteckprofil

Ein häufig vorkommendes Profil bei offenen Kanälen ist das Trapezprofil (Abb. 10.3a) mit Böschungsneigung m . Bei nicht vollgefüllten Rohren, z.B. in städtischen Abwasserkanälen, existiert ein teilgefülltes Kreisprofil (Abb. 10.3b).



a) Trapezprofil



b) Teilgefülltes Kreisprofil

Abb. 10.3: Gerinnequerschnitte bei künstlichen Kanälen

² Das in der Gerinnehydraulik übliche Symbol y für die Wassertiefe soll nicht mit einer laufenden Koordinate y , so wie in den vorhergehenden Kapiteln verwendet, verwechselt werden.

Bei regulierten Flüssen werden oft Verbundprofile (Abb. 10.4) angelegt, die den Fluß in ein Hauptgerinne, das bis zum Mittelwasserabfluß (MQ) gefüllt ist, und ein zusätzliches Überschwemmungsgerinne, das nur bei Hochwasserabflüssen (HQ) gefüllt ist, unterteilen.

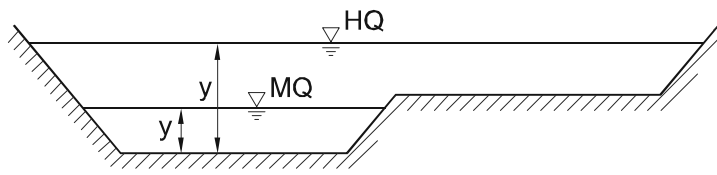


Abb. 10.4: Verbundprofil bestehend aus Hauptgerinne (bei Niedrig- bis Mittelwasserabflüssen) und Überschwemmungsgerinne (bei Hochwasserabflüssen)

Natürliche Flußprofile (Abb. 10.5) sind dagegen unregelmäßig ausgebildet. Die Wassertiefe y wird hierbei zum tiefsten Punkt des Profils definiert.

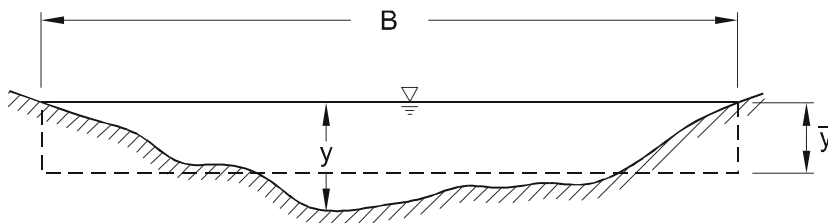


Abb. 10.5: Natürliches Flußprofil (maßstäblich überhöht gezeichnet)

Für alle diese Profile kann der jeweilige hydraulische Radius $R_h = A/P$ evaluiert werden, was für die Berechnung der Abflußverhältnisse (sh. Abschn. 10.3) nötig ist. Dabei ist zu beachten, daß der hydraulische Radius sich je nach Wasserstand ändern kann, da $R_h(y) = A(y)/P(y)$.

Für die Praxis wichtig ist außerdem die Tatsache, daß bei Flüssen und Kanälen die Profilbreite B meist vielfach größer als die Wassertiefe y ist. Unter diesen Verhältnissen (sh. Abb. 10.5) ergibt sich

$$R_h \approx \bar{y} \quad (10.3)$$

wobei \bar{y} die mittlere Wassertiefe eines Querschnittes ist.

10.2 Klassifizierung der Gerinneströmungen

Gerinneströmungen können nach vier Kriterien klassifiziert werden: der räumlichen Variation, der zeitlichen Variation, dem internen Fließzustand und der Reaktion auf Randeinwirkungen.

10.2.1 Räumliche Variation

Nach der räumlichen Variation können Gerinneströmungen gleichförmig oder ungleichförmig sein. Hierzu zeigt Abb. 106 in Seitenansicht ein langes Gerinne (gekennzeichnet durch ein konstantes Gefälle I_0 und konstante Rauheit). Die Strömung wird durch einen Ausfluß aus

einem See gespeist und endet in einem Überfall. Sowohl durch Ausfluß (mit eventuellen lateralen Zuströmverhältnissen) als auch durch Überfall ergeben sich Bereiche von ungleichförmigen Strömungen. Ist das Gerinne aber genügend lang, so ergibt sich ein Bereich einer gleichförmigen Strömung, in dem ein konstantes Gleichgewicht zwischen Schwerkraft und Reibungskraft gegeben ist. Der Wasserspiegel, gleich der Drucklinie D.L., ist hier parallel zur Sohle und auch parallel zur Energieinie E.L. (nicht eingezeichnet in Abb. 10.6).

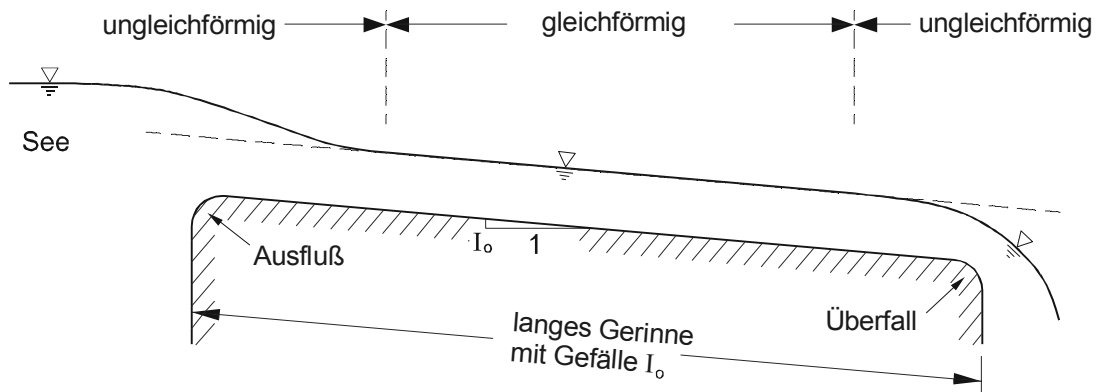


Abb. 10.6: Seitenansicht einer Gerinneströmung

Die Änderungen im ungleichförmigen Bereich werden durch lokale Beschleunigungen, gegeben durch Profil-, Sohl- bzw. Rauheitsänderungen, verursacht. Dabei kann noch eine Unterteilung in stark ungleichförmige (aufgrund von Profiländerungen, wie bei Wehren, Schützen, Überfällen etc.) und leicht ungleichförmige Strömungen (aufgrund von allmählichen Gefälleänderungen oder Rauheitsänderungen) erfolgen. In erstem Fall sind die Änderungen auf einen lokalen Bereich beschränkt. Im zweiten Fall dagegen können sich die Änderungen über große Distanzen in Form von sogenannten Wasserspiegelprofilen abwickeln.

10.2.2 Zeitliche Variation

Nach der zeitlichen Variation unterteilt man in stationäre und instationäre Gerinneströmungen. Z.B. wurde die Strömung in Abb. 10.6 implizit als stationär, also zeitunabhängig, angenommen. Wird aber z.B. der Wasserstand im See für eine Zeit angehoben und dann wieder abgesenkt, so ergibt sich eine instationäre, wellenartige Strömung im Gerinne, wie in Abb. 10.7 angedeutet.

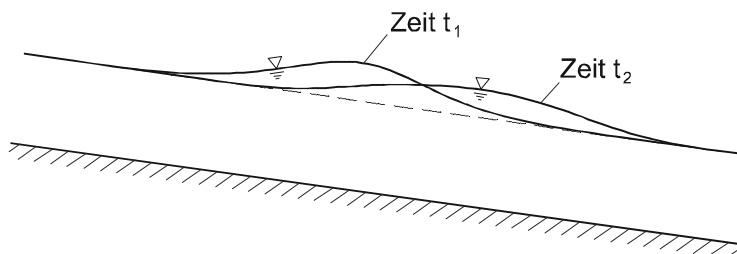


Abb. 10.7: Instationäre Gerinneströmung

Solche instationäre Strömungsabläufe treten in Flüssen als Folge von Hochwasserwellen oder in Ästuarien als Gezeitenwellen auf. Auch künstlich erzeugte instationäre Strömungen, wie Schwall- oder Sinkwellen durch Öffnen bzw. Schließen von Wehren und Dambruchwellen gehören in diese Kategorie. Schließlich sind auch periodische Oberflächenwellen, wie z.B. Meereswellen, ein Spezialfall von instationären Gerinneströmungen.

10.2.3 Interner Fließzustand und Geschwindigkeitsverteilung

Nach dem internen Fließzustand sind Gerinneströmungen entweder laminar oder turbulent. Dies wird charakterisiert durch die Reynoldszahl, die auf dem hydraulischen Radius basiert,

$$Re = \frac{VR_h}{\nu} \quad (10.4)$$

wobei V die mittlere Geschwindigkeit ist. Wird das wohlbekannte Kriterium für Rohrströmungen $Re_{krit} \approx 2000$ (basierend auf dem Rohrdurchmesser) benutzt, so ergibt sich aufgrund von $D = 4 R_h$,

$$Re_{krit} \approx 500 \quad (10.5)$$

für die Transition bei Gerinneströmungen, was in der Tat auch experimentell bestätigt ist.

$Re \leq 500$: Die laminare Gerinneströmung (sh. Abschn. 7.1.3) hat eine parabolische Geschwindigkeitsverteilung, Gl. (7.14). Hauptanwendungen liegen bei flächigen Abflüssen, wie von Straßen, Parkplätzen, Flugpisten, bei denen kleine Wassertiefen, etwa nach einem Regenereignis, auftreten.

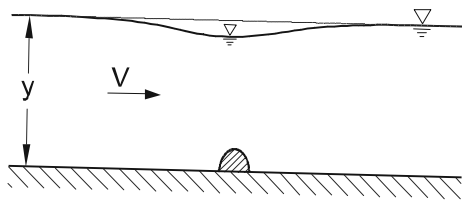
$Re \geq 500$: In der Mehrzahl der praktischen Anwendungen existiert eine turbulente Gerinneströmung. Sie ist in starker Analogie zur G.S.-Strömung entlang einer Platte (Abschn. 7.2.2) durch die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung geprägt. Spezifisch gelten also das "Wandgesetz" und das "Außengesetz" (sh. Tabelle 7.1). Beim "Außengesetz" gibt es aber Abweichungen nahe der Wasseroberfläche. Bei Gerinneströmungen ist nach Messungen von Nezu und Nakagawa (1993) der Wert des "Nachlauf-Parameters" Π , Gl. (7.35c), kleiner ($\Pi = 0,2$) als bei der G.S.-Strömung ($\Pi = 0,5$). Bei rauhen Gerinnesohlen herrschen ähnliche Verhältnisse für die Außenzone.

10.2.4 Randeinwirkungen

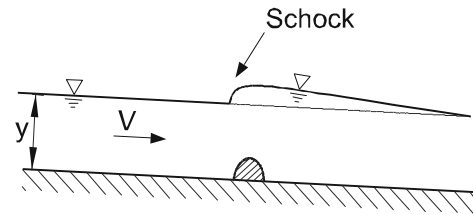
Je nach der Reaktion einer Gerinneströmung auf eine Störung (z.B. in Form eines kleinen Hindernisses, sh. Abb. 10.8) unterscheidet man zwischen strömendem und schießendem Abfluß.

Die Anwendung der Impulsgleichung auf eine kleine Störwelle in einem stehenden Gewässer (sh. Abschn. 4.2.1, Gl. 4.50) ergab deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit in der gegenwärtigen Notation

$$c = \sqrt{gy} \quad (10.6)$$



a) Strömender (unterkritischer) Abfluß



b) Schießender (überkritischer) Abfluß

Abb. 10.8: Einfluß einer Störung in Gerinneströmungen

Je nachdem, ob die Fließgeschwindigkeit V größer oder kleiner als c ist, kann sich also der Störeffekt, d.h. die Randeinwirkung, nur fließabwärts oder aber in beide Richtungen bemerkbar machen. Dieses Verhältnis ist aber durch die Froudezahl

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gy}} \quad (10.7)$$

gegeben.

$Fr < 1$: Bei kleinen Froudezahlen existiert strömender oder unterkritischer Abfluß. Wie in Abb. 10.8a skizziert, wird die Strömung durch den Randeinfluß in beide Richtungen beeinflusst.

$Fr > 1$: Bei großen Froudezahlen ergibt sich schießender oder überkritischer Abfluß (Abb. 10.8b). Hier macht sich die Störung nur in Strömungsrichtung bemerkbar. Typisch sind dabei auch schock- oder sprungartige Störeffekte direkt beim Hindernis.

Solche Randeinflüsse haben einen entscheidenden Einfluß auf die Strömungsverhältnisse in einzelnen Gerinneabschnitten, was durch den Verlauf der Wasserspiegellage sichtbar wird.

10.3 Fließwiderstand

10.3.1 Energiebetrachtungen

Abb. 10.9 zeigt schematisch die Energieverhältnisse in einer ungleichförmigen Gerinneströmung über die Fließstrecke L . Der Sohlenwinkel θ ist normalerweise klein, so daß die Schwerkrafteinwirkung durch das Sohlengefälle

$$I_o = \frac{z_1 - z_2}{L} = \tan\theta \approx \sin\theta \quad (10.8)$$

gegeben ist.

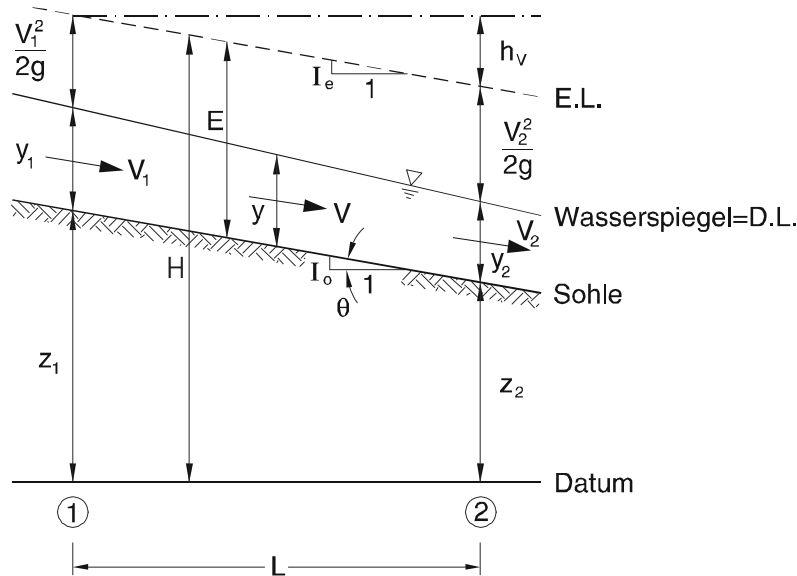


Abb. 10.9: Ungleichförmige Gerinneströmung

Es gilt die Arbeits-Energie-Gl. (5.16), wobei die Ungleichförmigkeitsfaktoren $\alpha = 1$ angenommen sind, in der Form

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_v \quad (10.9)$$

Mit der Definition der gesamten Energiehöhe H

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (10.10)$$

wird Gl. (10.9) zu

$$H_1 = H_2 + h_v \quad (10.11)$$

Die Energieverlusthöhe (Reibungsverlust) h_v über die Fließstrecke L definiert das Energiegefälle I_e

$$I_e = \frac{h_v}{L} \quad (10.12)$$

Die spezifische Energiehöhe E

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \quad (10.13)$$

bestimmt den Energieinhalt der Strömung relativ zur lokalen Sohlenhöhe (sh. Abb. 10.9) und ist eine wichtige Größe für das Strömungsverhalten bei lokalen Querschnittsänderungen, wie in Abschn. 10.4 erläutert wird.

10.3.2 Fließformeln

Zur Bestimmung des Reibungsverlustes h_v über eine Gerinnestrecke L kann im Prinzip ähnlich wie bei den Rohrströmungen (sh. Abschn. 8.4.2) vorgegangen werden. In der Gerinnehydraulik ist aber üblich, sogenannte "Fließformeln", die eine Beziehung zwischen Fließgeschwindigkeit V , Querschnittsgeometrie, gegeben durch den hydraulischen Radius R_h , und Energiegefälle I_e beschreiben, zu verwenden. Zwei Methoden werden in der modernen Praxis angewandt.

a) Fließformel nach Darcy-Weisbach:

Wird der Widerstandsansatz nach Darcy-Weisbach, Gl. (8.21) bzw. (8.31), mit Hilfe von Gl. (10.12) umgeformt, so ergibt sich die Fließformel nach Darcy-Weisbach

$$V = \left(\frac{8g}{\lambda} \right)^{1/2} R_h^{1/2} I_e^{1/2} \quad (10.14)$$

Die Reibungsbeiwerte λ sind im Moody-Diagramm, Abb. 8.8, enthalten, wobei die folgenden Definitionen

$$\lambda = f \left(\text{Re} = \frac{V \cdot 4R_h}{\nu}, \frac{k_s}{4R_h} \right) \quad (10.15)$$

zu verwenden sind. Rauheitslängen k_s (äquivalente Sandrauheit), typisch für künstliche bzw. natürliche offene Gerinne, sind in Tabelle 10.1 aufgelistet.

Bei der Anwendung der Fließformel nach Darcy-Weisbach ist zu beachten, daß sich der λ -Beiwert je nach dem Wasserstand im Gerinne ändert, also nicht konstant ist. Dies ist aus Gl. (10.15) zu sehen, da der hydraulische Radius in erster Näherung proportional zur Wassertiefe ist, vgl. Gl. (10.2) oder (10.3).

b) Fließformel nach Manning-Strickler:

Eine alternative empirische Formel für Gerinnebemessungen ist die Fließformel nach Manning-Strickler

$$V = k_{St} R_h^{2/3} I_e^{1/2} \quad (10.16)$$

Sie hat sich auf der Basis von einer Vielzahl von Feldmessungen bewährt. Beachtenswert ist die unterschiedliche Abhängigkeit vom hydraulischen Radius, $R_h^{2/3}$, im Gegensatz zur Darcy-Weisbach-Formel, in welcher $R_h^{1/2}$.

k_{St} ist der Strickler-Beiwert³ für die Gerinnerauheit mit den Dimensionen $[m^{1/3}/s]$, wobei die Dimensionen $[m/s]$ für die Geschwindigkeit und $[m]$ für den hydraulischen Radius zwingend sind. Gl. (10.16) hat also den Nachteil, daß sie dimensionsanalytisch nicht homogen ist.

³ In der internationalen Literatur wird der Manning-Beiwert n , der zum Strickler-Beiwert invers ist, $k_{St} = \frac{1}{n}$, verwendet

Gerinnetypen	k_s [mm]
Ebene Fließgewässersohle aus Sand oder Kies ($d_{k,90}$ = Korndurchmesser, der von 90% des Materials unterschritten wird) Grobkies bis Schotter schwere Steinschüttung Sohlenpflasterung Grenzbedingung für Einzelrauheiten: $k_s \leq 0,45 R_h$	$d_{k,90}$ 60 - 200 200 - 300 30 - 50
Unebene Fließgewässersohle (h_T = Höhe des Transportkörpers) mit Riffeln ($\ell_T < 0,3$ m; $h_T < 0,05$ m)	h_T
mit Dünen ($\ell_T < 2\pi y$; $h_T < 0,06 \ell_T$)	$h_T = y/6 - y/3$
Vorländer und Böschungen mit Ackerboden Ackerboden mit Kulturen Waldboden Rasen Steinschüttung 80/450 mm mit Gras überwachsen Gras Gras und Stauden Rasengittersteine	20 - 250 250 - 800 160 - 320 60 300 100 - 350 130 - 400 15 - 30
Wände aus Ziegelmauerwerk Beton glatt Beton rauh Bruchstein rauhe Natursteinmauer Stahlspundwand je nach Profiltiefe	2 - 8 1 - 6 6 - 20 15 - 20 80 - 100 20 - 100

Tabelle 10.1: Rauheit k_s von offenen Gerinnen bei Benutzung der **Fließformel nach Darcy-Weisbach** (aus *DVWK*, Hydraulische Berechnung von Fließgewässern. Merkblätter zur Wasserwirtschaft 220, 1991)

Typische Strickler-Beiwerte k_{St} für offene Gerinne sind in Tabelle 10.2 zusammengefaßt. Der Vorteil für die Praxis liegt darin, daß die k_{St} -Werte das Gerinne fix beschreiben, also mehr oder weniger unabhängig von der variablen Wassertiefe, die sich ja je nach Durchfluß ändert, sind. Dieser Vorteil ergibt sich aus der Tatsache, daß die Manning-Strickler-Fließformel auf den hydraulischen rauhen Bereich limitiert ist, was allerdings in der Praxis meist der Fall ist.

Einige Richtwerte für den k_{St} -Beiwert sind:

sehr glatte Gerinne (z.B. Beton)	$k_{St} \approx 100$
Erdgerinne, Flußbetten	$k_{St} \approx 30$ bis 40
sehr rauhe Gerinne (z.B. Wildbäche)	$k_{St} \approx 20$

Gerinnetypen	k_{St} [$m^{1/3}/s$]
Erdkanäle	
Erdkanäle in festem Material, glatt	60
Erdkanäle in festem Sand mit etwas Ton oder Schotter	50
Erdkanäle mit Sohle aus Sand und Kies mit gepflasterten Böschungen	45-50
Erdkanäle aus Feinkies, etwa 10/20/30 mm	45
Erdkanäle aus mittlerem Kies, etwa 20/40/60 mm	40
Erdkanäle aus Grobkies, etwa 50/100/150 mm	35
Erdkanäle aus scholligem Lehm	30
Erdkanäle, mit groben Steinen angelegt	25-30
Erdkanäle aus Sand, Lehm oder Kies, stark bewachsen	20-25
Felskanäle	
Mittelgrober Felsausbruch	25-30
Felsausbruch bei sorgfältiger Sprengung	20-25
Sehr grober Felsausbruch, große Unregelmäßigkeiten	15-20
Gemauerte Kanäle	
Kanäle aus Ziegelmauerwerk, Ziegel, auch Klinker, gut gefugt	80
Bruchsteinmauerwerk	70-80
Kanäle aus Mauerwerk (normal)	60
Normales (gutes) Bruchsteinmauerwerk, behauene Steine	60
Grobes Bruchsteinmauerwerk, Steine nur grob behauen	50
Bruchsteinwände, gepflasterte Böschungen mit Sohle aus Sand und Kies	45-50
Betonkanäle	
Zementglattstrich	100
Beton bei Verwendung von Stahlschalung	90-100
Glattverputz	90-95
Beton geglättet	90
Gute Verschalung, glatter unversehrter Zementputz, glatter Beton	80-90
Beton bei Verwendung von Holzschalung, ohne Verputz	65-70
Stampfbeton mit glatter Oberfläche	60-65
Alter Beton, unebene Flächen	60
Betonschalen mit 150-200 kg Zement je m^3 , je nach Alter u. Ausführung	50-60
Grobe Betonauskleidung	55
Ungleichmäßige Betonflächen	50
Holzgerinne	
Neue glatte Gerinne	95
Gehobelte, gut gefügte Bretter	90
Ungehobelte Bretter	80
Ältere Holzgerinne	65-70
Blechgerinne	
Glatte Rohre mit versenkten Nietköpfen	90-95
Neue gußeiserne Rohre	90
Genietete Rohre, Niete nicht versenkt, im Umfang mehrmals überlappt	65-70
Natürliche Wasserläufe	
Natürliche Flußbetten mit fester Sohle, ohne Unregelmäßigkeiten	40
Natürliche Flußbetten mit mäßigem Geschiebe	33-35
Natürliche Flußbetten, verkrautet	30-35
Natürliche Flußbetten mit Geröll und Unregelmäßigkeiten	30
Natürliche Flußbetten, stark geschiebeführend	28
Wildbäche mit grobem Geröll (kopfgroße Steine) bei ruhendem Geschiebe	25-28
Wildbäche mit grobem Geröll, bei in Bewegung befindlichem Geschiebe	19-22

Tabelle 10.2: Strickler-Beiwert k_{St} für die **Fließformel nach Manning-Strickler** (nach: Naudascher, 1987)

10.3.3 Gleichförmige Gerinneströmung: Normalabfluß

Eine gleichförmige Gerinneströmung, auch Normalabfluß genannt, stellt sich in einem genügend langen Gerinne mit gleichmäßigen Gefälle- und Rauheitsbedingungen ein. In dem Falle ist das Energiegefälle gleich dem Sohlgefälle

$$I_e = I_o \quad (10.17)$$

und I_o wird direkt in den Fließformeln, Gl. (10.14 bzw. 10.16), verwendet.

10.4 Lokales Abflußverhalten: Spezifische Energie

Die spezifische Energiehöhe E relativ zur Gerinnesohle, Gl. (10.13), ist eine wichtige Größe, die das Strömungsverhalten bei lokalen Querschnittsänderungen beschreibt.

Ihre Bedeutung wird im folgenden im einfachsten Fall eines Rechteckgerinnes mit Breite B (sh. Abb. 10.2), in der ein Durchfluß Q stattfindet, erläutert. Der Durchfluß q pro Breiteneinheit, auch spezifischer Durch-(Ab-)fluß genannt, ist

$$q = \frac{Q}{B} \quad (10.18)$$

Da des weiteren die mittlere Geschwindigkeit

$$V = \frac{q}{y} \quad (10.19)$$

führt dies in Verbindung mit Gl. (10.13) zu

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (10.20)$$

Gl. (10.20) läßt sich umformen

$$y^3 - E y^2 + \frac{q^2}{2g} = 0 \quad (10.21a)$$

also in eine Gleichung 3. Ordnung für die Wassertiefe, die funktional

$$y = f(E, q) \quad (10.21b)$$

dargestellt werden kann, d.h. die lokale Wassertiefe ergibt sich als Funktion der lokalen spezifischen Energie sowie des spezifischen Durchflusses. Im folgenden wird die hydraulische Bedeutung von Gl. (10.21) auf zwei Arten betrachtet.

a) Gegebener spezifischer Durchfluß, $q = \text{const.}$:

Gl. 10.21 hat im allgemeinen zwei positive Lösungen für die Wassertiefe y , wie im Energie-diagramm (Abb. 10.10) als Funktion der spezifischen Energie E dargestellt ist. Für einen gewissen Wert von E gibt es demnach zwei mögliche Wassertiefen, y_1 und y_2 , für die Strömung.

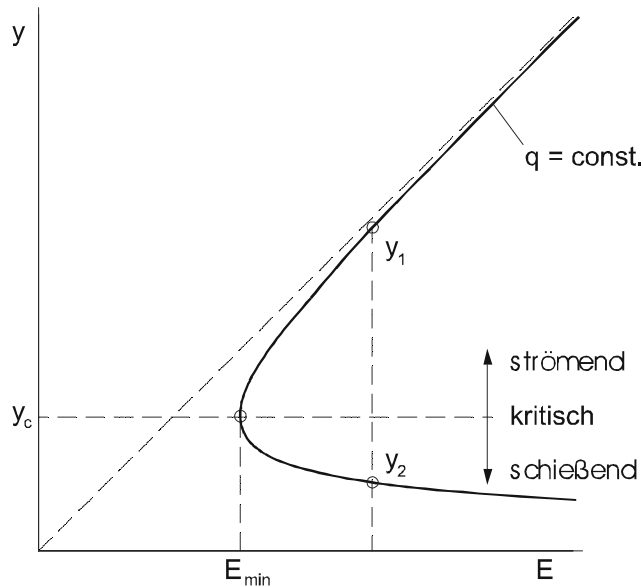


Abb. 10.10: Energiediagramm: Wassertiefe y als Funktion der spezifischen Energie E bei gegebenem Abfluß $q = \text{const.}$

Nimmt E ab, so gehen bei einem Minimalwert E_{\min} beide Lösungen ineinander über, und es stellt sich ein Grenzwert der Wassertiefe, y_c , ein. Dieser Minimalwert ergibt sich, indem die Ableitung von Gl. (10.20)

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{2q^2}{2gy^3} \quad (10.22)$$

gleich Null gesetzt wird, $dE/dy = 0$, so daß

$$\frac{q^2}{gy_c^3} = 1 \quad (10.23)$$

y_c wird die kritische Wassertiefe oder auch Grenztiefe genannt

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (10.24)$$

Da bei gegebenem Abfluß $q = Vy = V_c y_c$, entspricht dieser Wassertiefe auch eine kritische Geschwindigkeit V_c . Wird $V_c y_c$ für q in Gl. (10.23) eingesetzt, so gilt

$$\frac{V_c^2}{gy_c} = Fr_c^2 = 1 \quad (10.25)$$

d.h. der kritische Abflußzustand ist durch eine Froudezahl gleich Eins gekennzeichnet. Wird weiterhin Gl. (10.23) in Gl. (10.20) eingesetzt, findet man die minimale spezifische Energie

$$E_{\min} = y_c + \frac{1}{2}y_c = \frac{3}{2}y_c \quad (10.26)$$

Dies bedeutet, daß beim kritischen Abflußzustand zwei Drittel (y_c) der lokalen Energie als potentielle und ein Drittel ($\frac{1}{2}y_c$) als kinetische Energie vorhanden sind.

Der obere Ast des Energiediagramms, $y = y_1 > y_c$, ist demnach durch Froudezahlen kleiner als Eins,

$$\frac{q^2}{gy^3} = Fr^2 < 1 \quad (10.27)$$

(vgl. Gl. 10.23) gekennzeichnet und repräsentiert strömende Abflußverhältnisse. Hier verläuft also die Strömung mit großer Tiefe (großer potentieller Energieanteil) und kleiner Geschwindigkeit (kleiner kinetischer Energieanteil).

Für den unteren Ast, $y = y_2 < y_c$,

$$Fr^2 > 1 \quad (10.28)$$

d.h. hier herrschen schießende Abflußverhältnisse mit kleiner Tiefe und hoher Geschwindigkeit.

Die zwei einander entsprechenden Abflußtiefen y_1 und y_2 werden alternierende Tiefen genannt.

b) Gegebene spezifische Energie, $E = \text{const.}$:

Wird y als Funktion des spezifischen Abflusses q aufgetragen, so ergibt sich die Abflußparabel, die in Abb. 10.11 dargestellt ist.

Für einen gewissen Wert q können sich also wiederum die zwei alternierenden Tiefen y_1 (strömend) und y_2 (schießend) einstellen. Der maximale Wert der Wassertiefe, $y_{\max} = E$, entspricht einem ruhenden Gewässer (ohne kinetische Energie). Der minimale Wert, $y_{\min} = 0$, dagegen entspricht einer sehr dünnen, schnell fließenden Schicht ohne potentielle Energie.

Der maximale Abfluß, q_{\max} bei kritischen Bedingungen kann entweder als Extremwert gefunden werden oder ergibt sich direkt aus den obigen Gleichungen

$$q_{\max} = V_c y_c = \sqrt{g \left(\frac{2}{3} E \right)^3} \quad (10.29)$$

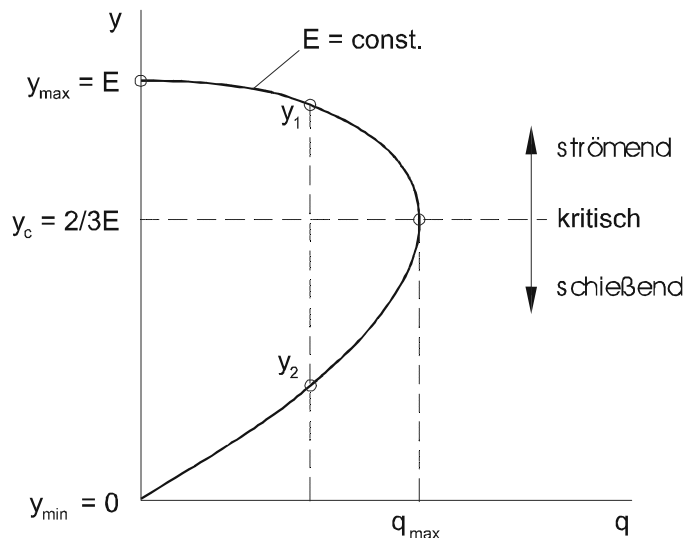


Abb. 10.11: Abflußparabel: Wassertiefe y als Funktion des Abflusses q bei gegebener spezifischer Energie $E = \text{const.}$

10.5 Anwendungen: Reibungsfreie Strömungsübergänge

In diesem Abschnitt wird das Konzept der spezifischen Energie durch einige Beispiele illustriert. Die Strömung ist in allen diesen Anwendungen stationär und verläuft ablösungs- und rückströmungsfrei über kurze Distanzen, so daß sie als reibungsfrei angenommen werden kann.

10.5.1 Schütz

Abb. 10.12 zeigt eine Gerinneströmung in einem Kanal mit ebener Sohle und konstanter Breite B , durch den Wasser aus einem Speicher ausfließt. Der Abfluß im Kanal wird dabei durch ein Schütz, d.h. eine vertikal verstellbare Platte, kontrolliert. Im Bereich des Schützes sind die Stromlinien gekrümmt und es herrschen nicht-hydrostatische Verhältnisse. Weiter stromauf- bzw. stromabwärts dagegen sind die Stromlinien geradlinig und parallel, so daß das spezifische Energiekonzept gültig ist.

Der Durchfluß unter dem Schütz mit Öffnungshöhe s und Breite B ist durch die Abflußformel für das Schütz

$$Q = C_Q \sqrt{2gy_1} s B \quad (10.30)$$

gegeben, wobei y_1 die Anströmtiefe oberhalb des Schützes ist. C_Q ist dabei ein empirischer Abflußbeiwert, der vorrangig der Einschnürung des Wasserspiegels stromabwärts entspricht und eine Funktion der Geometrie im Strömungsbereich des Schützes ist. Ein typischer Wert ist hierbei $C_Q \approx 0,6$.

Die E.L. ist konstant im Strömungsbereich, so daß aufgrund der ebenen Sohle auch die spezifische Energie konstant und gleich dem Wasserstand y_0 im Speicher ist, $E = y_0$.

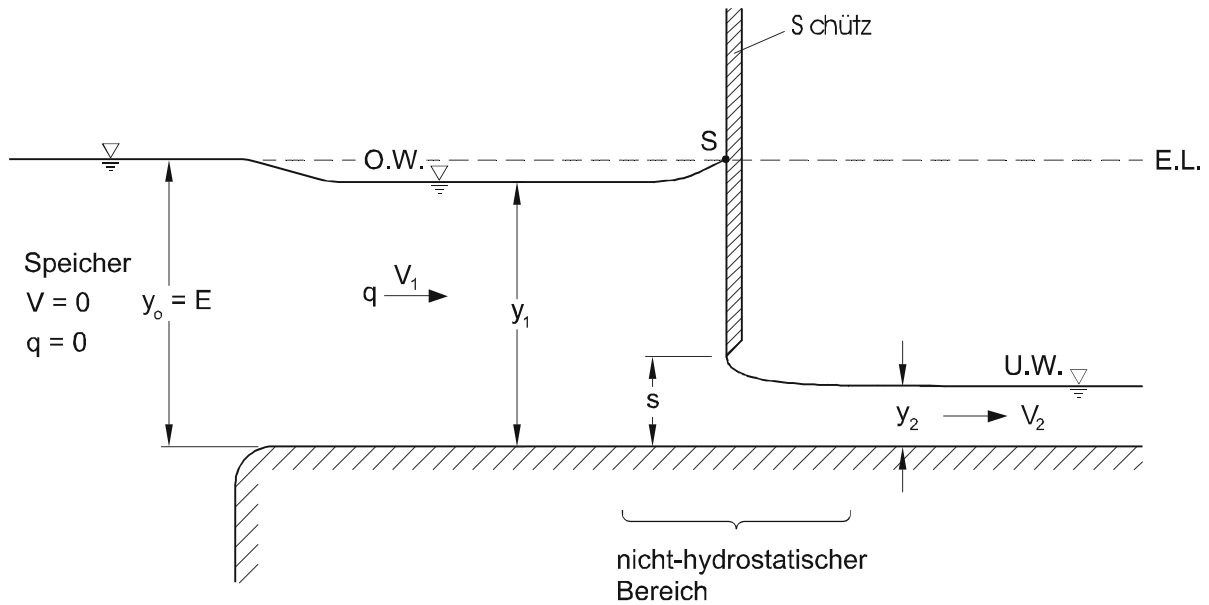


Abb. 10.12: Kanalströmung mit einem Schütz

Als Folge des vom Schütz kontrollierten spezifischen Abflusses, $q = Q/B$, stellen sich zwei alternierende Tiefen ein: die Anströmung ist unterkritisch mit Tiefe y_1 und die Abströmung ist überkritisch mit Tiefe y_2 .

Wird das Schütz nun angehoben, also s vergrößert, so ergibt sich aufgrund von Gl. (10.30) ein vergrößerter Abfluß q . Dies entspricht in der Abflußparabel, Abb. 10.11, einer Verschiebung nach rechts. Dadurch wird die Anströmtiefe y_1 gesenkt, während die Abströmtiefe y_2 zunimmt, wie in Abb. 10.13a qualitativ dargestellt ist.

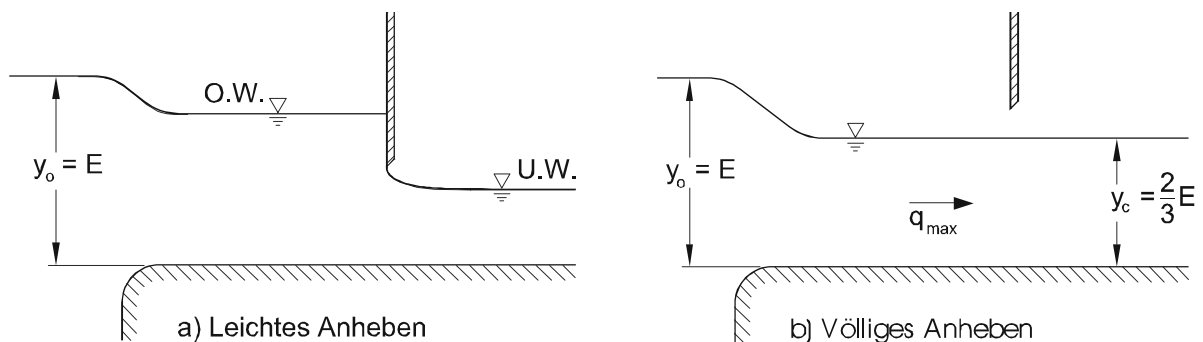


Abb. 10.13: Wasserspiegelverlauf nach Anheben des Schützes

Der maximale mögliche Abfluß

$$q_{\max} = \sqrt{g \left(\frac{2}{3} y_0 \right)^3}$$

nach Gl. (10.29) stellt sich ein, wenn das Schütz höher als die kritische Tiefe

$$y_c = \frac{2}{3} y_o$$

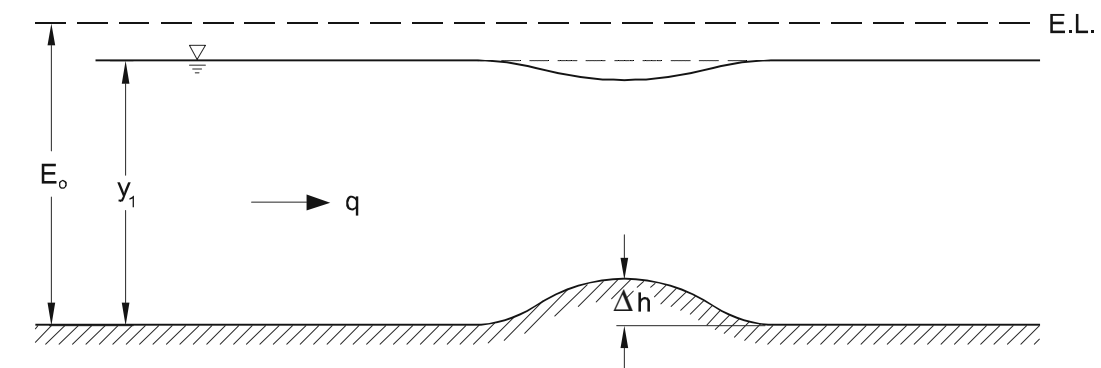
angehoben worden ist, also $s > y_c$. In dem Falle stellt sich kritischer Abfluß in diesem Gerinnebereich⁴ ein (sh. Abb. 10.13b).

10.5.2 Sohlschwelle

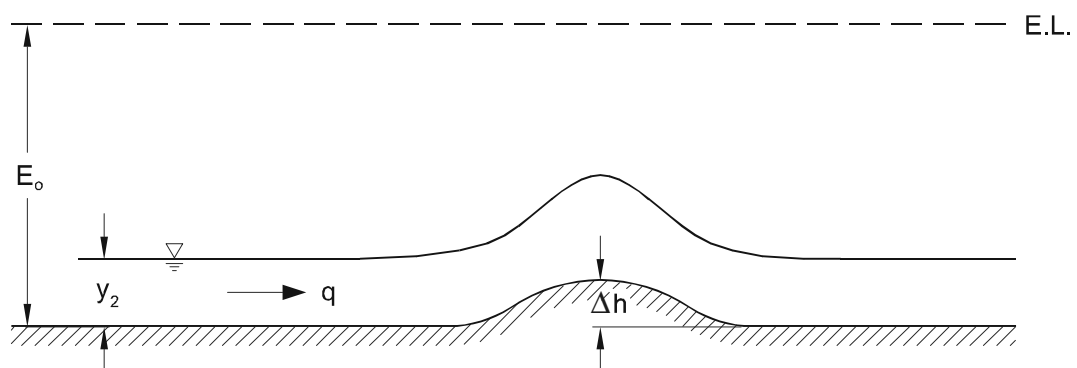
Der Einfluß einer Sohlschwelle, also einer Erhöhung Δh an der Gerinnesohle, ist in Abb. 10.14 dargestellt. Das Gerinne mit konstanter Breite hat eine ebene Sohle vor und nach der Sohlschwelle, die eine allmähliche, also ablösungsfreie Formgebung hat.

Die spezifische Energie der Anströmung sei E_o . Im Bereich der Sohlschwelle reduziert sich die spezifische Energie, am obersten Punkt auf den Betrag $E_o - \Delta h$.

Abb. 10.14a zeigt den Wasserspiegelverlauf bei strömendem (unterkritischem) Abfluß. Wie aus dem Energiediagramm (Abb. 10.10) ersichtlich ist, nimmt die Wassertiefe y_1 mehr als die Energiehöhe E ab, so daß sich der Wasserspiegel über der Sohlschwelle absenkt.



a) Unterkritische Anströmung



b) Überkritische Anströmung

Abb. 10.14: Strömungsübergang über eine Sohlschwelle

⁴ Der reibungsfreie kritische Abfluß kann natürlich nicht über lange Distanzen verlaufen. Das Strömungsproblem in Abb. 10.13b hängt demnach von der Geometrie weiter stromabwärts ab, wo sich z.B. ein Sohlenabsturz befinden kann oder wo sich in einem längeren Gerinne der Reibungseinfluß kumulativ auswirken wird.

Umgekehrte Verhältnisse herrschen bei schießendem (überkritischen) Abfluß, wie in Abb. 10.14b angedeutet. Hier erhöht sich die Abflußtiefe über der Schwelle!

Steigt die Höhe der Sohlschwelle, so nähern sich die beiden Strömungstiefen über der Schwelle einander an. Bei einer maximalen Schwellenhöhe Δh_{\max} stellt sich ein kritischer Abflußquerschnitt mit einer Wassertiefe

$$y_c = \frac{2}{3}(E_o - \Delta h_{\max})$$

an der Schwelle ein, wie in Abb. 10.15 für den Fall einer unterkritischen Anströmung dargestellt ist. Nach Erreichen der Grenztiefe entspricht der weitere Wasserspiegel dann dem unteren Ast des Energiediagramms, d.h. die Strömung geht in einen schießenden Abfluß über⁵.

Unter stationären Strömungsverhältnissen sind Sohlschwellenhöhen größer als Δh_{\max} nicht möglich. Sollte die Schwelle höher angehoben werden (z.B. durch einen flexiblen Boden), so würde sie den gegebenen Abfluß blockieren und es würde sich eine instationäre Schwallwelle im Gerinne bilden und sich stromaufwärts fortpflanzen.

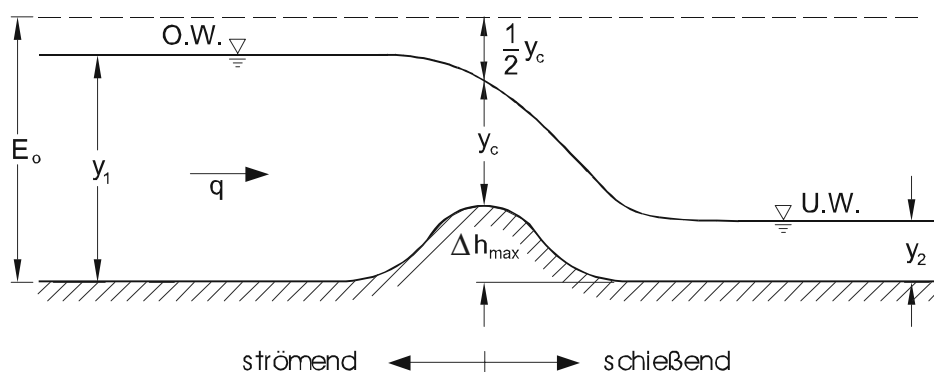


Abb. 10.15: Energiehöhen bei Abfluß über eine Sohlschwelle

10.5.3 Wehr

Den vorhergehenden Überlegungen folgend, entspricht ein Wehr in seinem Funktionsprinzip einer stark überhöhten Sohlschwelle. Es erzeugt an seinem höchsten Punkt einen kritischen Querschnitt (auch Kontrollquerschnitt genannt) mit Übergang zwischen Strömen und Schießen und kontrolliert dadurch den Abfluß über das Wehr.

Abb. 10.16 zeigt ein Überfallwehr mit Wehrhöhe w und Anströmhöhe über Wehrkrone h_o . Die Abflußformel für das Wehr lautet

$$Q = C_Q \sqrt{2g} h_o^{3/2} B \quad (10.31)$$

⁵ Theoretisch könnte die Abströmung auch wieder unterkritisch erfolgen. In der Praxis aber verursachen vertikale Beschleunigungen, die in der spezifischen Energietheorie nicht berücksichtigt sind, immer einen Übergang vom Strömen zum Schießen.

Gl.(10.31) läßt sich der Form nach aus der Beziehung für den maximalen Abfluß, Gl.(10.29), ableiten. Der Abflußbeiwert C_Q schließt hier den Einfluß der Wasserspiegelabsenkung über der Wehrkrone, der relativen Überströmung h_o/w und der Geometrie (Formgebung) ein. Ein Richtwert für rundkronige Wehre (sh. Abb.10.16) ist $C_Q \approx 0,4$.

Andere Wehrtypen sind scharfkantig (vertikale Platte) oder breitkronig. Für diese weichen die Abflußbeiwerte mehr oder weniger ab.

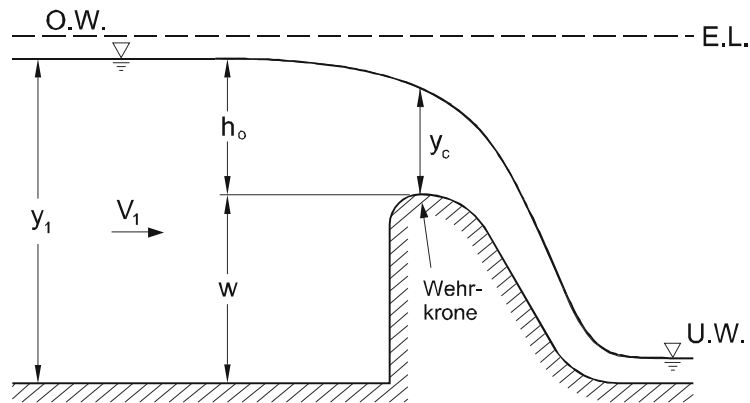


Abb. 10.16: Rundkroniges Überfallwehr

10.6 Wechselsprung

Die vorliegenden Beispiele haben gezeigt, daß Gerinneströmungen einen glatten, allmählichen Übergang vom unter- zum überkritischen Abfluß haben können. Sie verhalten sich dabei annähernd reibungsfrei, da sich die Strömung beschleunigt.

Umgekehrt aber ist der Übergang vom über- zum unterkritischen Abfluß, d.h. von kleinerer zu größerer Tiefe, praktisch immer abrupt in Form eines Wechselsprungs, auch Wassersprung (engl. "hydraulic jump") genannt, der mit erheblichen Energieverlusten verbunden ist. Abb. 10.17 zeigt das Beispiel eines Wechselsprungs, wie er unterstrom eines Wehres auftreten kann. Die Tiefe y_1 an der Basis des Wehres entspricht hier der überkritischen Anströmung, so wie im vorigen Abschnitt betrachtet. Die größere unterkritische Tiefe y_2 dagegen ist von weiter stromabwärts beeinflusst, z.B. durch weitere Kontrollbauwerke oder durch die Reibung im Gerinne (Normalabfluß).

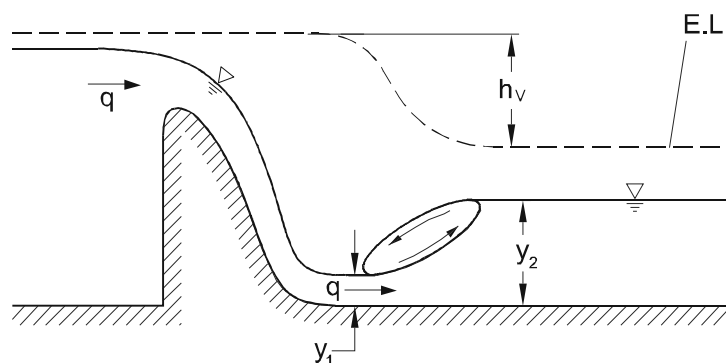


Abb. 10.17: Wechselsprung am Fuße eines Wehres

Im Wechselsprung herrscht ein adversaler Druckgradient, $dp/dx > 0$, der zu einer Verzögerung und Aufweitung des Strömungsprofils führt, wie in Abb. 10.18 dargestellt. Als Folge davon entsteht eine Rückströmung in Form einer "Deckwalze" an der Oberseite des Wechselsprungs. Turbulenzerzeugung und Energiedissipation finden statt. Die Deckwalze ist des weiteren durch Lufteintrag an ihrem oberstromigen Ende, und dadurch Schaumbildung, gekennzeichnet.

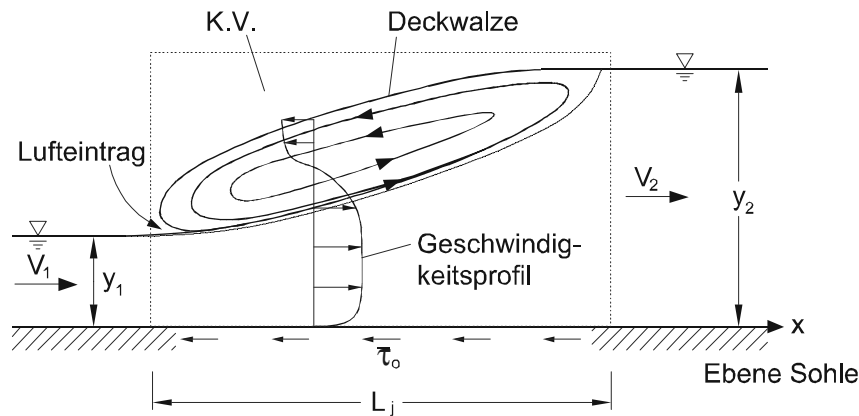


Abb. 10.18: Kontrollvolumen zur Analyse eines Wechselsprungs in einem Gerinne mit konstanter Breite und ebener Sohle

Zur Analyse des Wassersprungs kann also das spezifische Energiekonzept nicht verwendet werden, da die Energieverluste wesentlich und a priori unbekannt sind. Dagegen ist die Impulsgleichung anwendbar, da alle Kräfteeinwirkungen auf ein K.V., das den Wechselsprung beinhaltet, bekannt oder gut abschätzbar sind. Abb. 10.18 zeigt einen Wechselsprung mit konstanter Breite und auf ebener Sohle. Die Anströmbedingungen mit Abfluß q , Tiefe y_1 und Geschwindigkeit V_1 sind bekannt. Der Wechselsprung hat eine Länge L_j , über welche die mittleren Sohlschubspannungen $\bar{\tau}_0$ auftreten. Anwendung der Impulsgleichung (4.32a) in der Strömungsrichtung x für die stationäre Strömung führt zu

$$\gamma \frac{y_1^2}{2} - \gamma \frac{y_2^2}{2} - \bar{\tau}_0 L_j = \rho q (V_2 - V_1) \quad (10.32)$$

Für kurze Distanzen, wie sie beim Wechselsprung typisch sind, ist die Schubspannungskraft $\bar{\tau}_0 L_j$ im Vergleich zu den hydrostatischen Druckkräften vernachlässigbar, $\bar{\tau}_0 L_j \rightarrow 0$.

Wird die Kontinuitätsgleichung

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 \quad (10.33)$$

in Gl. (10.32) eingesetzt, so erhält man nach einiger Umformung die unterstromige Tiefe y_2

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad \text{Wechselsprunggleichung} \quad (10.34)$$

wobei Fr_1 die gegebene Froudezahl der überkritischen Anströmung ist,

$$Fr_1 = \frac{q}{\sqrt{gy_1^3}} > 1 \quad (10.35)$$

Mit der nun bekannten Lösung für die Tiefe y_2 und die Geschwindigkeit $V_2 = q/y_2$ kann die Arbeits-Energie-Gleichung (10.9) verwendet werden (mit ebener Sohle $z_1 = z_2$), um die Energieverlusthöhe

$$h_v = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} \quad (10.36)$$

zu berechnen.

Abb. 10.19b zeigt Gl. (10.34) bzw. Gl. (10.36) in dimensionsloser Darstellung, mit der Anströmenergiehöhe, $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$, normalisiert. Darin ist zu sehen, daß mit zunehmender

Froudezahl Fr_1 des Wechselsprungs die Sprungstärke y_2/y_1 und die Energiedissipation zunehmen. So z.B. existiert bei $Fr_1 = 10$ ein starker Wechselsprung, $y_2/y_1 \approx 14$, und etwa 75% der Anströmenergie werden im Wechselsprung dissipiert. Diese Eigenschaft wird oft bewußt im Wasserbau eingesetzt, um etwa bei Hochwasserentlastungsanlagen hinter Wehren oder Staudämmen die Abströmenergie zu vermindern und Sohlenerosion stromab zu vermeiden.

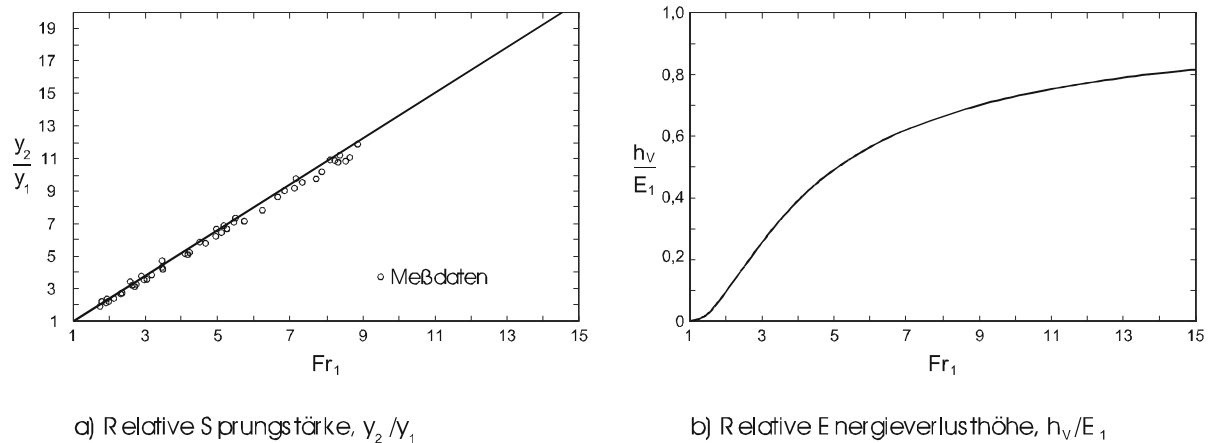


Abb. 10.19: Wechselsprung als Funktion der Froudezahl Fr_1

Die Länge L_j und Form des Wechselsprungs kann aus einfachen Analysen nicht ermittelt werden. Experimentelle Untersuchungen zeigen

$$L_j \approx 6,0 y_2 \quad (10.37)$$

Des weiteren sind Wechselsprünge je nach der Anström-Froudezahl Fr_1 mit mehr oder weniger Wellenbildung bzw. Oszillationen verbunden, wie in Abb. 10.20 skizziert ist.

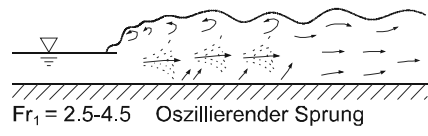
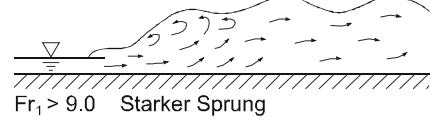
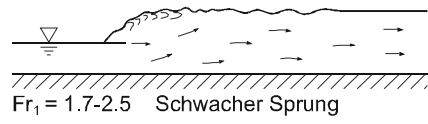
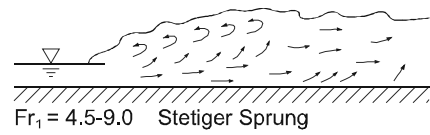
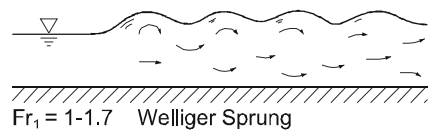


Abb. 10.20: Wechelsprungausbildung bei verschiedenen Froudezahlen der Anströmung (nach Ven te Chow, 1959)